

基于自然激励技术的颤振边界预测

李 扬, 周 丽, 杨秉才

(南京航空航天大学 机械结构力学及控制国家重点实验室, 南京 210016)

摘 要: 为了预测紊流激励条件下机翼的颤振边界, 基于自然激励技术提取紊流响应的自由衰减信号, 采用矩阵束方法识别模态参数, 最后通过 Z-W (Zimmerman-Weissenburger) 方法计算稳定性判据, 拟合判据变化曲线并外推颤振边界. 对平板机翼模型进行了数值仿真分析, 对单独机翼模型风洞颤振试验数据进行了计算. 结果表明: 采用自然激励技术与矩阵束方法能够较准确地识别紊流激励响应的模态参数, 频率识别误差小于 6%, 阻尼比识别误差小于 30%, 结合 Z-W 方法能够在较低风速较早地预测颤振边界, 有助于提高试验的安全性.

关 键 词: 颤振边界预测; 紊流激励; 自然激励技术; 矩阵束; 稳定性判据

中图分类号: V216.2⁺4

文献标志码: A

Flutter boundary prediction based on natural excitation technique

LI Yang, ZHOU Li, YANG Bing-cai

(State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures,
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: In order to predict the flutter boundary of the wing under the turbulence excitation, the natural excitation technique was used to obtain the free decaying signal from the turbulence response, and the matrix pencil method was adopted to identify the modal parameters, then the flutter margin was calculated by the Z-W (Zimmerman-Weissenburger) method, and finally the flutter boundary was extrapolated by the fitting margin curve. Plate wing numerical simulation model was analyzed and responses of alone wing model wind-tunnel flutter test were calculated. Results show that the natural excitation technique and the matrix pencil method can identify the modal parameters more accurately with the error of identified frequency less than 6% and identified damping ratio error less than 30%, and the flutter boundary can be predicted early at a low airspeed before the flutter point when combined with the Z-W method thus be helpful to protect the modal and improve the test safety.

Key words: flutter boundary prediction; turbulence excitation;
natural excitation technique; matrix pencil; flutter margin

颤振是气动力、惯性力与弹性力耦合的自激振动, 结构一旦发生颤振, 会在几秒甚至更短的时间内解体, 造成灾难性后果, 因此颤振边界的预测

具有十分重要的意义^[1-2].

最常用的颤振边界预测方法为速度-阻尼外推方法^[3], 通过拟合危险模态的阻尼比相对于风

收稿日期: 2015-03-01

基金项目: 国家自然科学基金(11172128, 51475228); 高等学校博士学科点专项科研基金(20123218110001);

江苏省普通高校研究生科研创新计划(CXZZ13_0146); 江苏高校优势学科建设工程资助项目;

机械结构力学及控制国家重点实验室(南京航空航天大学)自主研究课题(0515G01)

作者简介: 李扬(1989—), 男, 江苏徐州人, 博士生, 主要从事颤振信号处理及边界预测研究.

速的曲线,外推阻尼比降为零时的风速即为颤振速度.然而速度-阻尼法仅以阻尼比作为判据,容易受到噪声及识别误差的影响而导致外推失真,另外对于突发型颤振,速度-阻尼法将失去提前预测颤振的能力^[4].

针对速度-阻尼法的问题,Zimmerman 与 Weissenburger^[5]根据 Routh 稳定性判据,提出了一个考虑两个耦合模态频率与阻尼比的颤振裕度方法(文中简称 Z-W 方法),所提出的判据随着风速的增加平稳地降低至零,能够较早地预测颤振边界.基于该方法 Bennett^[6],Jennifer^[7]与 ZENG Jie^[8]做了风洞试验研究,Katz 等^[9]与 Lee 等^[10]将该方法应用于飞行试验数据,Price 和 Lee^[11]将该方法推广到三元机翼.

无论是速度-阻尼法还是 Z-W 方法,其颤振边界预测的准确性都依赖于模态参数识别的准确性.而在颤振试验中,相对于主动激励的复杂性,大气紊流的自然激励是一种更实用更简便的激励方式,因此对模态参数识别方法提出了更高的要求^[12].

本文将采用自然激励技术和矩阵束模态参数识别方法对紊流激励响应仿真数据与风洞试验数据进行分析,利用 Z-W 方法对颤振边界进行预测,并与速度-阻尼方法进行比较,验证所用方法的有效性与准确性.

1 模态参数识别

1.1 自然激励技术

为了分析平稳随机激励的响应信号,James 等^[13]提出了自然激励技术(natural excitation technique, NExT),证明线性时不变系统在白噪声激励下,可以用随机响应信号的相关函数代替脉冲响应,在模态参数识别领域得到了广泛应用^[14-15],其证明过程如下:

自由度为 n 的黏性阻尼系统的振动微分方程可表示为

$$\mathbf{M}\mathbf{x}''(t) + \mathbf{C}\mathbf{x}'(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (1)$$

式中 $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$ 分别为系统的质量、阻尼与刚度矩阵; $\mathbf{x}(t)$ 为位移向量; $\mathbf{f}(t)$ 为外部激励. 位移向量 $\mathbf{x}(t)$ 可以用模态坐标表示为

$$\mathbf{x}(t) = \Phi \mathbf{q}(t) = \sum_{r=1}^n \Phi_r \mathbf{q}_r(t) \quad (2)$$

式中 Φ 为模态矩阵, $\mathbf{q}(t)$ 为模态坐标向量, Φ_r 为第 r 阶振型, $\mathbf{q}_r(t)$ 为第 r 阶模态坐标向量.

将式(2)代入式(1),可以得到

$$\mathbf{q}_r''(t) + 2\zeta_r \omega_{nr} \mathbf{q}_r'(t) + \omega_{nr}^2 \mathbf{q}_r(t) = \Phi_r^T \mathbf{f}(t) / m_r \quad (3)$$

式中 ζ_r 为第 r 阶模态的阻尼比, ω_{nr} 为第 r 阶模态的自然频率, m_r 为第 r 阶模态的质量.

利用杜美尔积分,可得式(3)的解为

$$\mathbf{q}_r(t) = \int_{-\infty}^t \Phi_r^T \mathbf{f}(\tau) g_r(t-\tau) d\tau \quad (4)$$

式中 $\omega_{dr} = \omega_{nr} \sqrt{1-\zeta_r^2}$ 为第 r 阶模态自然频率; 当 $t < 0$ 时, $g_r(t) = 0$, 当 $t \geq 0$ 时, $g_r(t) = \exp(-\zeta_r \omega_{nr} t) \sin(\omega_{dr} t) / (m_r \omega_{dr})$.

将式(4)代入式(2)得到

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{r=1}^n \Phi_r \int_{-\infty}^t \Phi_r^T \mathbf{f}(\tau) g_r(t-\tau) d\tau \quad (5)$$

当结构在 k 点受到激励时, i 点的响应函数为

$$\mathbf{x}_{ik}(t) = \sum_{r=1}^n \varphi_{ir} \varphi_{kr} \int_{-\infty}^t f_k(\tau) g_r(t-\tau) d\tau \quad (6)$$

当激励为脉冲激励时,系统的脉冲响应为

$$\mathbf{x}_{ik}(t) = \sum_{r=1}^n \frac{\varphi_{ir} \varphi_{kr}}{m_r \omega_{dr}} \exp(-\zeta_r \omega_{nr} t) \sin(\omega_{dr} t) \quad (7)$$

当 k 点激励为白噪声激励时,计算 i, j 两点位移响应 $\mathbf{x}_{ik}$ 与 $\mathbf{x}_{jk}$ 的相关函数得到

$$\begin{aligned} R_{ijk}^x(\tau) &= E[\mathbf{x}_{ik}(t+\tau) \mathbf{x}_{jk}(t)] = \\ &= \sum_{r=1}^n \frac{\varphi_{ir} \varphi_{kr} G_{ijr}}{m_r \omega_{dr}} \exp(-\zeta_r \omega_{nr} t) \sin(\omega_{dr} t + \theta_r) \end{aligned} \quad (8)$$

式中 G_{ijr} 为与测点和模态阶数有关的常数.

对比式(7)与式(8),可以发现两式具有相同的数学表达式,因此在自然激励的模态参数识别过程中,可以用相关函数来代替脉冲响应函数来识别模态参数.

1.2 矩阵束方法

Sarkar 等^[16]提出的矩阵束方法是一种基于复指数衰减模型的参数估计方法,具有较好的抗噪性与较高的准确性^[17].

矩阵束方法的推导过程如下:

采样长度为 N 的噪声污染信号可以用复指数参数模型描述为

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(kT_s) &= \mathbf{x}(kT_s) + \mathbf{w}(kT_s) = \\ &= \sum_{i=1}^n R_i \mathbf{z}_i^k + \mathbf{w}(kT_s) \end{aligned} \quad (9)$$

式中 T_s 为采样时间间隔, $k=0, 1, \dots, N-1$, $\mathbf{x}$ 为

无噪衰减信号, w 为测量噪声, n 为模型阶数, R_i 为振幅, 极点 $z_i = \exp[-(\zeta_i + j\omega_i)T_s]$.

先利用已测含噪信号 y 构造一个 $(N-L) \times (L+1)$ 维的 Hankel 矩阵 $\mathbf{Y}$, 定义如下:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y(0) & y(1) & \cdots & y(L) \\ y(1) & y(2) & \cdots & y(L+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(N-L-1) & y(N-L) & \cdots & y(N-1) \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中 L 为束参数, 它对消除数据中的噪声有着重要作用, 取值范围在 $N/2 \sim N/3$ 之间^[16].

对 $\mathbf{Y}$ 矩阵进行奇异值分解得到 $\mathbf{V}$ 矩阵, 从其中拿出前 n 个主导右奇异向量构成 $(L+1) \times n$ 的矩阵 $\mathbf{V}_s$, 并从 $\mathbf{V}_s$ 中删去最后一行得 $L \times n$ 的矩阵 $\mathbf{V}_1$, 删去第 1 行得 $L \times n$ 的矩阵 $\mathbf{V}_2$, 继而构成 2 个 $(N-L) \times L$ 的矩阵: $\mathbf{Y}_1 = \mathbf{U}\mathbf{S}'\mathbf{V}_1^H$ 和 $\mathbf{Y}_2 = \mathbf{U}\mathbf{S}'\mathbf{V}_2^H$, 这里 $\mathbf{Y}_1$ 与 $\mathbf{Y}_2$ 可认为已经不存在噪声的影响, 是由系统真实响应得到的, 即

$$\mathbf{Y}_1 = \begin{bmatrix} x(0) & x(1) & \cdots & x(L) \\ x(1) & x(2) & \cdots & x(L+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x(N-L-1) & x(N-L) & \cdots & x(N-1) \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{Y}_2 = \begin{bmatrix} x(1) & x(2) & \cdots & x(L+1) \\ x(2) & x(3) & \cdots & x(L+2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x(N-L) & x(N-L+1) & \cdots & x(N) \end{bmatrix} \quad (12)$$

由 $\mathbf{Y}_1$ 与 $\mathbf{Y}_2$ 构造矩阵束 $\mathbf{Y}_2 - \lambda\mathbf{Y}_1$, 将

$$\mathbf{x}(kT_s) = \sum_{i=1}^n R_i z_i^k \text{ 代入其中整理得到}$$

$$\mathbf{Y}_2 - \lambda\mathbf{Y}_1 = \mathbf{Z}_1 \mathbf{R} (\mathbf{Z}_0 - \lambda\mathbf{I}) \mathbf{Z}_2 \quad (13)$$

由式(13)可见, 当 λ 与所有的极点 z_i 都不相等时, $\mathbf{Y}_2 - \lambda\mathbf{Y}_1$ 的秩为 n ; 当 λ 与某一极点 z_i 相等时, 矩阵 $\mathbf{Z}_0 - \lambda\mathbf{I}$ 的第 i 行全为 0, 因此使得 $\mathbf{Y}_2 - \lambda\mathbf{Y}_1$ 的秩降为 $n-1$. 所以, 信号的极点 z_i 恰好就是矩阵束 $\mathbf{Y}_2 - \lambda\mathbf{Y}_1$ 的广义特征值, 从而求解信号极点的问题转化为求解矩阵束 $\mathbf{Y}_2 - \lambda\mathbf{Y}_1$ 的广义特征值问题, 也就是 $\{\mathbf{Y}_1^H \mathbf{Y}_1\}^{-1} \mathbf{Y}_1^H \mathbf{Y}_2$ 的 n 个非零特征值 λ_i 即为各极点 z_i , 进而由极点可以计算得到模态频率与阻尼比.

2 颤振边界预测方法

2.1 速度-阻尼法

速度-阻尼外推方法是最常用的颤振边界预测方法, 根据危险模态的阻尼比相对于风速的曲线, 外推阻尼比降为零时的风速即为颤振预测速度. 然而阻尼比的识别通常存在较大的误差^[18], 速度-阻尼法仅以阻尼比作为判据, 容易受到噪声及识别误差的影响而导致外推失真. 另外对于突发型颤振, 危险模态的阻尼比仅在临近颤振边界的风速下才有下降趋势, 因此速度-阻尼法将失去提前预测颤振的能力.

2.2 Z-W 方法

Zimmerman 与 Weissenburger 提出了一个考虑到耦合模态的频率与阻尼的失稳判据, 即为 Z-W 方法.

该方法从二元机翼动力学模型出发, 结合 Routh 稳定性分析, 得到了稳定性判据 F_m 与弯扭模态参数的关系

$$F_m = \left[\left(\frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2} \right) + \left(\frac{\zeta_2^2 - \zeta_1^2}{2} \right) \right]^2 + 4\zeta_1\zeta_2 \left[\left(\frac{\omega_2^2 + \omega_1^2}{2} \right) + 2 \left(\frac{\zeta_2 + \zeta_1}{2} \right)^2 \right] - \left[\left(\frac{\zeta_2 - \zeta_1}{\zeta_2 + \zeta_1} \right) \left(\frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2} \right) + 2 \left(\frac{\zeta_2 + \zeta_1}{2} \right)^2 \right]^2 \quad (14)$$

并给出了稳定判据与动压的关系式

$$F_m = B_2 V^2 + B_1 V + B_0 \quad (15)$$

式中 ω 表示模态频率, ζ 表示模态阻尼比, B 为多项式的系数, V 为风速. 判据在颤振速度之前相对于风速近似为逐渐趋于零的二项式曲线^[8], 使得该失稳判据能够根据响应信号及早地给出一个较接近的临界速度估计值, 有助于颤振边界的提早预判.

3 数值仿真算例分析

建立一个后掠角为 15° 的平板机翼模型, 如图 1 所示, 其半展长为 140.06 mm, 顺气流方向弦长为 51.76 mm, 机翼的厚度为 1.0 mm, 机翼的前、后缘处厚度为零. 机翼材料为铝, 密度为 $2.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, 弹性模量为 $7.1 \times 10^{10} \text{ Pa}$, 泊松比为 0.3, 翼根的边界条件为固支. 有限单元划分为沿弦向 4 个单元, 沿展向 7 个单元, 利用 Nastran 软件计算了机翼的固有频率与振型, 前 4 阶频率分别为: 39.07, 237.05, 270.49, 704.73 Hz. 图 1 同时给出了气动网格的划分方案, 即展向 6 单元, 弦

向 4 个单元. 颤振计算使用的空气密度值为 1.226 kg/m^3 , 采用经典的颤振计算方法“ $p-k$ ”法计算了马赫数为 0.45 时机翼在不同风速下各阶模态的频率 f 与阻尼比 ζ , 其 $V-\zeta, V-f$ 曲线如图 2 所示, 得到颤振速度为 149.5 m/s .

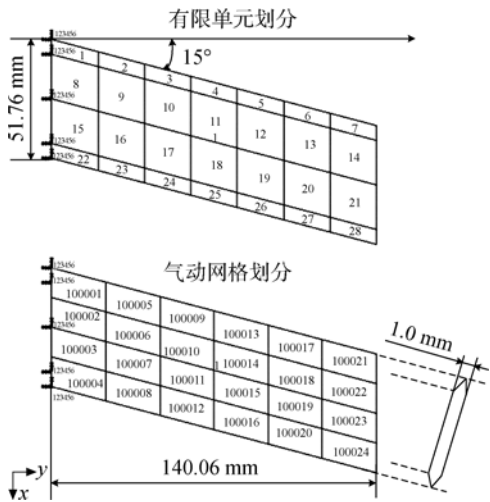


图 1 机翼模型有限元划分及气动网格划分
Fig.1 Finite element division and aerodynamic grid division of the wing model

采用指数衰减模型构造系统的冲激响应, 并卷积白噪声激励得到紊流激励响应信号, 其表达式如下所示:

$$y(t) = \left[\sum_{r=1}^n R_r \exp(-\zeta_r \omega_{nr} t) \sin(\omega_{dr} t) \right] \otimes f(t) + w(t) \quad (16)$$

某风速下的紊流响应信号及其频谱图如图 3 所示, 采样频率为 4096 Hz , 采样时间为 2 s , 激励信号为高斯白噪声, 紊流信号附加了信噪比为 10 dB 的测量噪声.

采用 NExT 方法与矩阵束方法对紊流响应信号进行模态参数识别, 识别结果与理论值对比

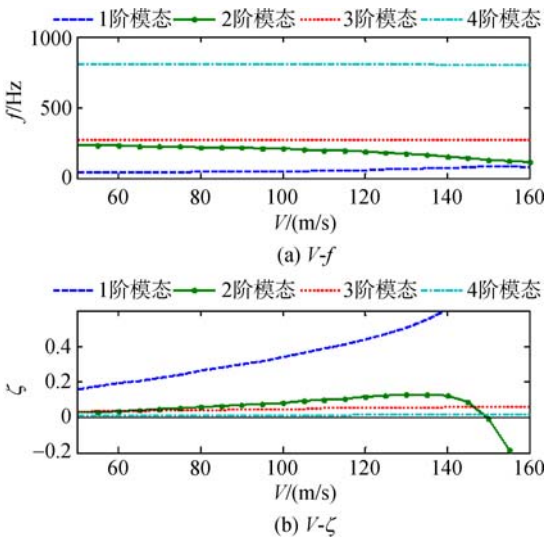


图 2 $V-f$ 图与 $V-\zeta$ 图
Fig.2 Graph of $V-f$ and $V-\zeta$

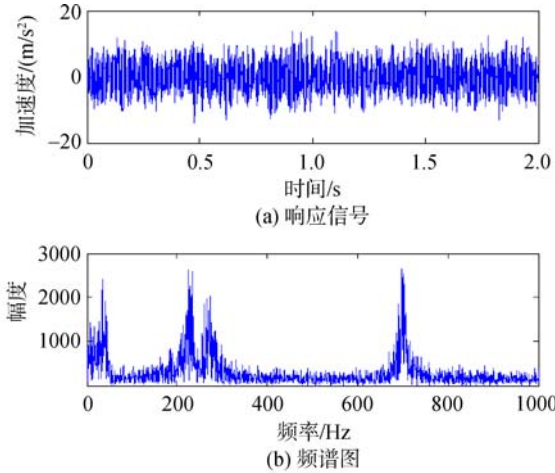


图 3 仿真信号及其频谱图
Fig.3 Simulation signal and its spectrogram

于表 1. 结果表明, 该方法能够较准确地识别紊流响应的模态参数, 频率识别结果的准确度要高于阻尼比识别结果.

表 1 仿真响应信号的模态参数识别结果

Table 1 Identified modal parameters of simulation response single

识别结果	模态阶数							
	1 阶		2 阶		3 阶		4 阶	
	频率/Hz	阻尼比	频率/Hz	阻尼比	频率/Hz	阻尼比	频率/Hz	阻尼比
理论值	40.96	0.1552	230.62	0.0244	268.01	0.0264	700.04	0.0068
识别值	38.84	0.1148	230.81	0.0247	271.20	0.0239	698.44	0.0071
误差/%	-5.18	-26.03	0.08	1.23	1.16	-9.47	-0.23	4.41

对不同风速下的紊流激励响应仿真信号进行模态参数识别,根据 Z-W 方法,选择引起颤振的两支模态的参数计算各风速下的稳定性判据 F_m ,并采用曲线拟合判据与风速的关系,结果如图 4 所示.可以看出,该稳定性判据相对于风速有近似线性的变化关系,因此采用直线进行拟合,能够在较低风速时即能给出较准确的预测颤振速度,有助于颤振速度的提前预判。

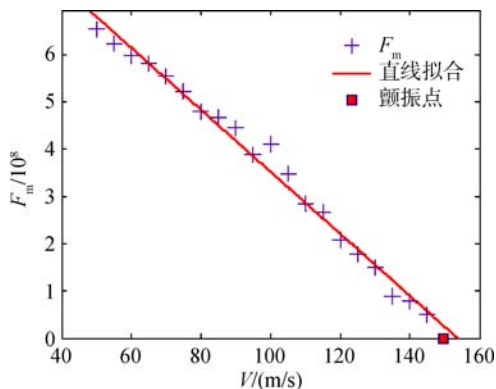


图 4 仿真信号的稳定性判据变化曲线

Fig. 4 Curve of flutter margin of the simulation signal

4 试验分析

对某型飞机单独机翼模型进行风洞颤振试验,在翼根处粘贴应变片以测量垂直弯曲、面内弯曲以及扭转的响应,采样频率为 4 096 Hz,停车风速为 42.5 m/s.机翼固有模态频率分别为:垂直一弯(2.67 Hz),垂直二弯(8.54 Hz),面内一弯(13.76 Hz),一扭(18.46 Hz).任取停车前某个风速下各测点的响应,如图 5 所示。

对各测点的响应进行去趋势项预处理,并根据各模态的频率对信号进行带通滤波,采用 NExT 方法与矩阵束方法对滤波后信号进行模态参数识别.各风速下一扭模态与面内一弯模态的频率与阻尼识别结果如图 6 所示。

分别采用速度-阻尼法与 Z-W 方法进行颤振边界预测.一扭模态阻尼比的直线拟合结果如图 7 所示,外推颤振速度为 43.94 m/s.采用一扭模态与面内一弯模态的模态参数识别结果计算判据 F_m ,直线拟合 F_m 与风速的曲线,如图 8 所示,外推颤振速度为 43.83 m/s.两种方法预测的颤振边界十分接近,Z-W 方法的判据 F_m 相对于风速更近似线性变化,有助于颤振边界的提前预测。

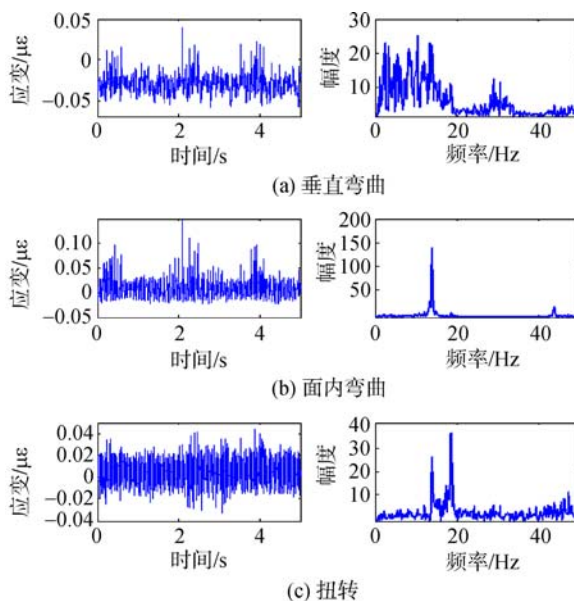


图 5 各测点的响应及频谱图

Fig. 5 Measured responses and their spectrograms

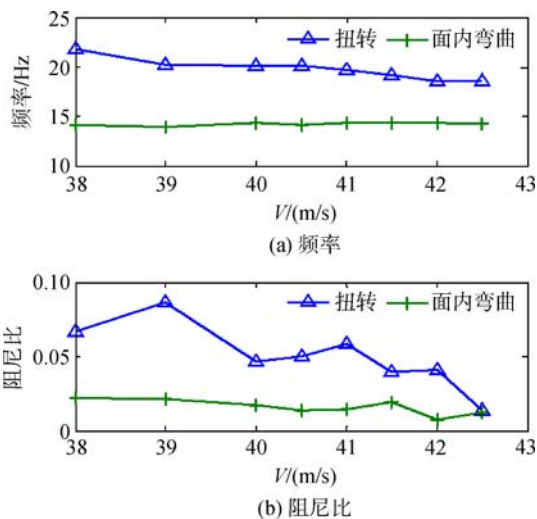


图 6 试验数据模态参数识别结果

Fig. 6 Identified modal parameters of test data

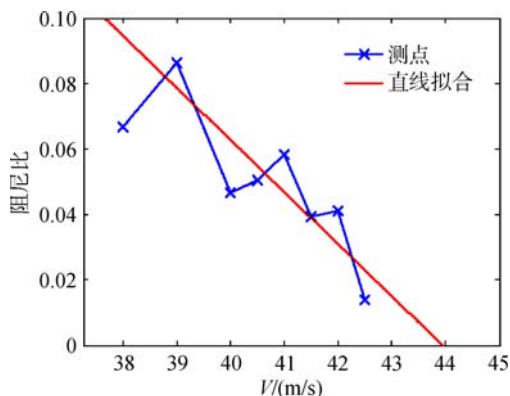


图 7 速度-阻尼法的颤振边界预测

Fig. 7 Flutter boundary prediction using velocity-damping method

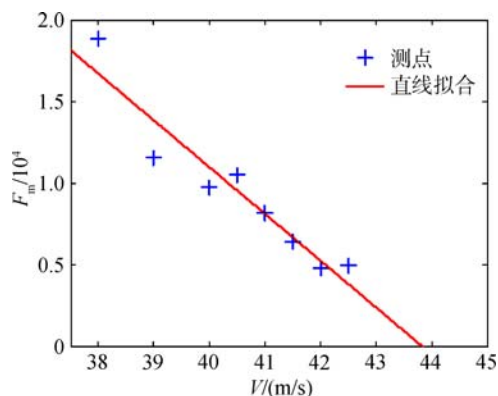


图 8 Z-W 方法的颤振边界预测

Fig. 8 Flutter boundary prediction using Z-W method

5 结 论

自然激励技术能够从紊流激励响应信号中提取出自由衰减信号,结合矩阵束方法,能够较准确地识别出系统的模态参数,频率识别误差远小于阻尼比识别误差。

Z-W 方法能够克服速度-阻尼法容易外推失真缺陷,其稳定性判据能够随着颤振速度的接近平稳降低至零,有助于颤振边界的提前预测。

仿真数据与试验数据的处理结果表明,对紊流激励响应信号,结合 NExT 方法、矩阵束方法与 Z-W 方法能够较准确地提前预测颤振边界。

参考文献:

- [1] 黎勤武,陈群,范非达. 叶轮机超音速非失速颤振边界研究[J]. 航空动力学报,1993,8(1):45-48.
LI Qinwu, CHEN Qun, FAN Feida. Supersonic unstalled flutter in arbitrary mistuned cascades[J]. Journal of Aerospace Power, 1993, 8(1): 45-48. (in Chinese)
- [2] 张小伟,王延荣,徐可宁. 压气机转子叶片颤振边界的预测方法[J]. 航空动力学报,2011,26(2):392-396.
ZHANG Xiaowei, WANG Yanrong, XU Kening. Prediction method of blade flutter boundary in a compressor stage[J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(2): 392-396. (in Chinese)
- [3] Kehoe M. A historical overview of flight flutter testing[R]. NASA TM-4720, 1995.
- [4] Hiroshi T, Yuji M. Flutter margin evaluation for discrete-time systems[J]. Journal of Aircraft, 2001, 38(1): 42-47.
- [5] Zimmerman N H, Weissenburger J T. Prediction of flutter onset speed based on flight testing at subcritical speeds[J]. Journal of Aircraft, 1964, 1(4): 190-202.
- [6] Bennett R M. Application of Zimmerman flutter-margin criterion to a wind-tunnel model[R]. NASA TM-84545, 1982.
- [7] Jennifer H. Stochastic characterization of flutter using historical wind tunnel data[R]. AIAA-2007-1769, 2007.
- [8] ZENG Jie, Kukreja S L. Flutter prediction for flight/wind-tunnel flutter test under atmospheric turbulence excitation[J]. Journal of Aircraft, 2013, 50(6): 1696-1709.
- [9] Katz H, Foppe F G, Grossman D T. F-15 flight flutter test program[R]. NASA SP-415, 1975.
- [10] Lee B H K, Ben-Neticha Z. Analysis of flight flutter test data[J]. Canadian Aeronautics and Space Journal, 2002, 38(4): 156-163.
- [11] Price S J, Lee B H K. Evaluation and extension of the flutter-margin method for flight flutter prediction[J]. Journal of Aircraft, 1993, 30(3): 395-402.
- [12] ZHANG Bo, SHI Zhongke, LI Jianjun. Flight flutter modal parameters identification with atmospheric turbulence excitation based on wavelet transformation[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2007, 20(5): 394-401.
- [13] James G H, Carne T G, Lauffer J P. The natural excitation technique (NExT) for modal parameter extraction from operating structures[J]. International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, 1995, 10(4): 260-277.
- [14] 韩建平,李达文. 基于 Hilbert-Huang 变化和自然激励技术的模态参数识别[J]. 工程力学, 2010, 27(8): 54-59.
HAN Jianping, LI Dawen. Modal parameter identification based on Hilbert-Huang transform and natural excitation technique[J]. Engineering Mechanics, 2010, 27(8): 54-59. (in Chinese)
- [15] 钟军军,董聪. 环境激励下识别结构模态自然激励-时域分解法[J]. 振动与冲击, 2013, 32(18): 121-125.
ZHONG Junjun, DONG Cong. Natural excitation technique-time domain decomposition algorithm for structural modal identification under ambient excitations[J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(18): 121-125. (in Chinese)
- [16] Sarkar T K, Pereira O. Using the matrix pencil method to estimate the parameters of a sum of complex exponentials[J]. Antennas and Propagation Magazine, 1995, 37(1): 48-52.
- [17] 谭博,侯玉,郑华,等. 一种改进的矩阵束模态参数估计方法[J]. 西北工业大学学报, 2014, 32(3): 486-490.
TAN Bo, HOU Yu, ZHENG Hua, et al. An improved matrix pencil algorithm for modal parameter identification[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2014, 32(3): 486-490. (in Chinese)
- [18] Koenig K. Pretension and reality of flutter-relevant tests[R]. Advisory Group for Aerospace Research and Development, AGARD-CP-566, 1995.

(编辑:王碧珺)